

УТВЕРЖДЕНА

Правлением
Банка «Национальный Клиринговый Центр»
(Акционерное общество)

Протокол № _____ от _____ 2017 года

Председатель Правления
Банка «Национальный Клиринговый Центр»
(Акционерное общество)

_____ А.С. Хавин

М.П.

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА КРИВЫХ ВОЛАТИЛЬНОСТИ
БАНКОМ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ КЛИРИНГОВЫЙ ЦЕНТР»
(АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО)**

г. Москва

1. Общие положения

Методика расчета Банком НКЦ (АО) кривых волатильности на срочном рынке (Далее – Методика) определяет порядок расчета кривых волатильности на Срочном рынке ПАО Московская Биржа.

Клиринговый центр – Банк «Национальный Клиринговый Центр» (Акционерное Общество).

Кривая волатильности – кривая зависимости волатильности от страйка опциона при определенном значении цены Базового фьючерсного контракта.

Базовый фьючерсный контракт – фьючерсный контракт, являющийся базовым активом опциона.

Опорная кривая волатильности – кривая волатильности, которая может быть задана в качестве эталонной для какой-либо другой кривой волатильности. В качестве Опорной кривой волатильности может быть выбрана кривая волатильности ликвидной Серии опционов.

Текущая котировка – текущая цена фьючерсного контракта, определяемая в течение торговой сессии при появлении в Торговой системе информации об Активных заявках и зарегистрированных безадресных сделках в порядке, аналогичном порядку определения Расчетной цены, установленному в соответствии с Методикой определения расчетной цены срочных контрактов. Ограничения, устанавливаемые для Расчетной цены фьючерсного контракта в соответствии с п. 9.3 Методики определения расчетной цены срочных контрактов, не устанавливаются для Текущей котировки таких контрактов.

Кривая волатильности (кривая подразумеваемой волатильности, implied volatility curve) рассчитывается Клиринговым центром для опционов пут и колл на один базовый фьючерс с одной датой экспирации (для одной Серии опционов).

Расчет кривых волатильности происходит автоматически в соответствии с настоящей Методикой. Клиринговым центром могут быть установлены иные значения коэффициентов кривых волатильности.

Термины, специально не определенные в настоящей Методике, понимаются в соответствии с законодательством РФ, правилами Биржи, регулирующими порядок проведения организованных торгах на Срочном рынке ПАО Московская Биржа, правилами Клирингового центра, регулирующими порядок оказания клиринговых услуг на Срочном рынке ПАО Московская Биржа, иными внутренними документами Биржи и Клирингового центра

2. Алгоритм расчета

2.1 Кривая волатильности рассчитывается в следующем порядке:

2.1.1 Определяются цены лучших заявок опционов колл и пут в соответствии с разделом 3 настоящей Методики;

- 2.1.2 Определяются подлежащие подстройке значения параметров кривой волатильности (в зависимости от типа «привязки кривой»);
 - 2.1.3 Рассчитывается кривая волатильности в соответствии с разделом 4 настоящей Методики;
 - 2.1.4 Производится подстройка коэффициентов кривой волатильности в соответствии с разделами 5, 6 настоящей Методики.
- 2.2. Автоматический расчет кривых прекращается за 10 минут до начала вечерней и/или дневной клиринговых сессий.

3. Определение цен лучших заявок опционов колл и пут

3.1. Исходными данными для построения кривой волатильности являются:

- цены заявок на покупку и на продажу по каждой Серии опционов, количество Срочных контрактов, на заключение которых направлена заявка, и время непрерывного присутствия каждой заявки в Торговой системе в качестве Активной заявки;
- T – время от момента расчета кривой волатильности до последнего дня заключения опционных контрактов, выраженное в долях года.
- F – Текущая котировка Базового фьючерсного контракта в момент построения кривой волатильности.

Рассматриваются заявки, объем которых превышает V_{min} и время нахождения в системе превышает T_{min} . Параметры V_{min} и T_{min} устанавливаются Клиринговым центром.

3.2. Для каждого опциона определяются лучшие заявки: заявка на покупку с наибольшей ценой и заявка на продажу с наименьшей ценой. Если по некоторой серии опционов отсутствуют заявки на покупку или продажу, удовлетворяющие указанным критериям отбора, то считается, что соответствующая лучшая цена отсутствует.

3.3. Цены лучших заявок пересчитываются в подразумеваемые волатильности (implied volatility). Используется формула Блэка для маржируемых опционов на фьючерсные контракты, то есть опционов с фьючерсным типом расчетов:

$$C = F \cdot N(d_1) - Strike \cdot N(d_2)$$

$$P = C - F + Strike,$$

где C, P – цена опциона колл и пут соответственно,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{Strike}\right) + 0.5\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F}{Strike}\right) - 0.5\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{y^2}{2}} dy$ – функция стандартного нормального распределения.

По цене C или P численным методом определяется подразумеваемая волатильность σ , которая для дальнейших расчетов умножается на 100. Если лучшая цена покупки или

продажи на некотором страйке отсутствует, то соответствующая подразумеваемая волатильность принимается равной нулю.

Таким образом, для каждого страйка имеются 4 цены: call_bid, call_ask, put_bid, put_ask.

3.4. Для каждого страйка рассчитываются bid и ask:

3.4.1. Рассчитываются вспомогательные переменные max_bid, min_ask.

$$max_bid = \begin{cases} \max(put_bid, call_bid), & \text{если имеются обе заявки,} \\ \text{цена заявки, если имеется только одна заявка,} \\ 0 & \text{– в противном случае} \end{cases}$$

$$min_ask = \begin{cases} \min(put_ask, call_ask), & \text{если имеются обе заявки,} \\ \text{цена заявки, если имеется только одна заявка,} \\ 0 & \text{– в противном случае} \end{cases}$$

3.4.2. Рассчитываются bid, ask:

$$bid = \begin{cases} \min(max_bid, min_ask), & \text{если } max_bid \neq 0 \text{ и } min_ask \neq 0, \\ max_bid, & \text{если } max_bid > 0 \text{ и } min_ask = 0 \\ 0 & \text{– в противном случае} \end{cases}$$

$$ask = \begin{cases} \max(max_bid, min_ask), & \text{если } max_bid \neq 0 \text{ и } min_ask \neq 0, \\ min_ask, & \text{если } min_ask > 0 \text{ и } max_bid = 0, \\ 0 & \text{– в противном случае} \end{cases}$$

Примечание. Если call_bid > put_ask или put_bid > call_ask (интервалы (call_bid, call_ask) и (put_bid, put_ask) не пересекаются), то в соответствии с настоящим пунктом Методики в качестве интервала bid – ask будет использован промежуток между этими интервалами, то есть (put_ask, call_bid) в первом случае и (call_ask, put_bid) во втором случае.

4. Расчет кривой волатильности

4.1. Кривая волатильности рассчитывается на основе следующей формулы:

$$\sigma = f(x, s, a, b, c, d, e) = a + b \cdot (1 - \exp(-cy^2)) + \frac{d \cdot \arctg(e \cdot y)}{e},$$

Где

s, a, b, c, d, e – параметры, подлежащие подстройке; в дальнейшем эти параметры обозначаются соответственно param(1), param(2),..., param(6) или сокращенно param(1÷6);

$$x = \frac{1}{\sqrt{T}} \ln \left(\frac{Strike}{F} \right) - \text{горизонтальная координата кривой;}$$

$$y = x - \frac{s}{\sqrt{T}}.$$

4.2. Если для рассчитываемой кривой волатильности не определена Опорная кривая волатильности, то в начале подстройки параметрам присваиваются последние рассчитанные значения.

4.3. Если для рассчитываемой кривой волатильности определена Опорная кривая волатильности, то в начале подстройки значения параметров равны значениям параметров Опорной кривой.

4.4. В последний день заключения опционных контрактов, после окончания вечерней торговой сессии, теоретические цены опционов определяются на основе параметров кривой $\text{param}(1 \div 6) = (0, 0, 0, 1, 0, 1)$ в соответствии с Методикой расчета теоретической цены опциона и коэффициента «дельта».

5. Подстройка кривой волатильности

5.1. Построение кривой заключается в минимизации критериальной функции Sr .

5.2. Критериальная функция рассчитывается как сумма экспонент ошибок по страйкам. Ошибки взвешиваются относительно удаленности от центрального страйка с помощью убывающей функции.

5.3. Оптимизация параметров кривой проходит два этапа:

1. Грубая подстройка – метод псевдослучайных отклонений;
2. Точная подстройка – метод покоординатного спуска.

5.4. Грубая подстройка

5.4.1. Данный метод основан на сдвиге текущих параметров на $\xi \cdot 100$ процентов,

где ξ 6-мерная квазислучайная величина, равномерно распределенная на кубе $[-1.5; 1.5]$ получаемая из квазислучайной 6×16383 последовательности Соболя (равномерно распределенные на $[0, 1]$ величины).

Если итерация грубой подстройки приводит к уменьшению критериальной функции, то производится проверка на монотонность цен опционов в соответствии с Разделом 6 настоящей Методики.

Если цены опционов монотонны в соответствии с Разделом 6 настоящей Методики, значения, полученные в результате данной итерации, принимаются.

5.5. Точная подстройка

5.5.1. Точная подстройка основана на методе покоординатного спуска. Один цикл точной подстройки состоит в улучшении всех 6 координат последовательно.

5.5.2. Улучшение одной координаты происходит по следующему алгоритму:

1. Выбирается начальный шаг $Step = Step_0$
2. Рассчитываются значения критериальной функции при сдвиге параметра на шаг $Step$ вверх и на шаг вниз. Выбирается наименьшее значение критериальной функции и соответствующее ему направление сдвига.
3. Если сдвиг на данный шаг $Step$ в данном направлении приводит к уменьшению критериальной функции, проверяется монотонность цены опционов.

4. Если цены монотонны, алгоритм возвращается к пункту 2 настоящего подпункта Методики.
5. Если цены не монотонны или критериальная функция не уменьшилась, шаг Step уменьшается в 2 раза и алгоритм переходит к пункту 2.
6. Цикл продолжается до тех пор, пока $Step > 0.0001 \cdot Step_0$

6. Проверка кривой волатильности на монотонность

6.1. Для всех Серий опционов производится проверка кривых волатильности на два различных типа монотонности в соответствии с пунктами 6.2 и 6.3 настоящей Методики.

6.2. Проверяется, что цены опционов колл не возрастают по страйку, а цены опционов пут не убывают по страйку. В случае немонотонности кривой волатильности ее параметрам присваиваются предыдущие рассчитанные значения.

6.3. Рассчитываются производные цены опциона колл и пут по страйку для проверяемой кривой для всех страйков.

$$\frac{\partial C}{\partial Strike} = N'(d_2) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial y} - N(d_2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial Strike} = \frac{\partial C}{\partial Strike} + 1$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = 0.01 \cdot (2 \cdot b \cdot c \cdot y \cdot \text{Exp}(-c \cdot y^2) + \frac{d}{1 + e^2 y^2})$$

Проверяется условие монотонности:

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial Strike} \leq 0 \\ \frac{\partial P}{\partial Strike} \geq 0 \end{cases}$$

В случае немонотонности кривой волатильности ее параметрам присваиваются предыдущие рассчитанные значения.

7. Ограничения, применяемые к параметрам кривых

- 7.1. Значения параметров param(1÷6) ограничиваются сверху и снизу. Все или некоторые ограничения могут отсутствовать.
- 7.2. В случае если задана Опорная кривая, параметры рассчитываемой кривой не могут отклоняться от параметров опорной кривой больше, чем на соответствующие абсолютные или относительные ограничения.
- 7.3. Рассчитанное значение волатильности σ ограничивается сверху и снизу.